



**OSN-PTI**  
Olimpiade Sains Nasional Perguruan Tinggi Seluruh Indonesia

**BIDANG KOMPETISI**  
***MATEMATIKA***

**Olimpiade Sains Nasional  
Perguruan Tinggi Indonesia  
2009**

**Petunjuk :**

- 1) Isilah lembar jawaban hanya dengan pensil 2B.
- 2) Tuliskan secara lengkap isian pada lembar data diri.
- 3) Tuliskan secara lengkap Nama Peserta, Nomor Peserta, Tanggal Lahir, Jenis Kelamin, Bidang Kompetisi, dan Nomor HP Anda pada Lembar Jawaban pada kotak yang disediakan, lalu hitamkan bulatan dibawahnya.
- 4) Tulislah nama Perguruan Tinggi, Fak/Dep/Jur dan bubuhkan Tanda Tangan Anda pada kotak yang disediakan.
- 5) Ujian seleksi ini terdiri dari **50** soal pilihan ganda.
- 6) Setiap nomor jika dijawab **benar** akan diberi nilai **3 poin**; jika dijawab **salah** akan diberi nilai **-2 poin**.
- 7) Waktu yang disediakan **120 menit** .
- 8) Semua jawaban harus ditulis di lembar jawaban yang tersedia.
- 9) Peserta dapat mulai bekerja bila sudah ada tanda mulai dari pengawas.
- 10) Peserta tidak diizinkan meninggalkan tempat ujian sebelum waktu ujian berakhir.
- 11) Peserta harus segera berhenti bekerja bila ada tanda berhenti dari Pengawas.
- 12) Letakkan lembar jawaban di meja sebelah kanan dan segera meninggalkan ruangan.
- 13) Tidak diperkenankan menggunakan kalkulator atau alat hitung lainnya.

1. Jika  $n$  tak nol, bilangan berikut yang pasti lebih besar dari  $n$  adalah

I.  $2n$

II.  $n^2$

III.  $2-n$

- A. hanya I
- B. hanya II
- C. I dan II
- D. II dan III
- E. tidak ada yang benar

2. Nilai  $\mathcal{L}^{-1}\left\{\frac{6}{s^2-4s-5}\right\} = \dots$

- A.  $2e^{2t} \sinh t$
- B.  $-2e^{2t} \sinh 3t$
- C.  $2e^{2t} \sinh 2t$
- D.  $2e^{2t} \cosh 3t$
- E.  $2e^{2t} \sinh 3t$

3. Jika  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x)}{x^2} = 1$ , maka  $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$  adalah ...

- A. tidak ada
- B. 0
- C. 1
- D.  $\frac{1}{2}$
- E. 2

4. Jika  $\lim_{x \rightarrow c} (f(x) + g(x)) = 3$  dan  $\lim_{x \rightarrow c} (f(x) - g(x)) = -1$ , maka  $\lim_{x \rightarrow c} f(x)g(x)$  adalah

- A. 1
- B. 2
- C. 3
- D. 4
- E. 5

5. Jika diketahui  $\begin{vmatrix} a & b & c \\ d & e & f \\ g & h & i \end{vmatrix} = 3$ , maka  $\begin{vmatrix} 2a+d & a & 4a+2d+g \\ 2b+e & b & 4b+2e+h \\ 2c+f & c & 4c+2f+i \end{vmatrix} = \dots$

- A. -3
- B. -2
- C. 2
- D. 3
- E. 0

6. Fungsi Heaviside didefinisikan sebagai berikut  $(t) = \begin{cases} 1, & t > 0 \\ 0, & t < 0 \end{cases}$ .

Fungsi  $r(t) = \begin{cases} 1, & 0 < t < \pi \\ -1, & \pi < t < 2\pi \\ r(t + 2\pi), & \forall t > 0 \end{cases}$  dalam bentuk fungsi Heaviside adalah ...

- A.  $1 + 2\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} H(t - n\pi)$
- B.  $1 + 2\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n H(t - n\pi)$
- C.  $1 + 2\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n H(t + n\pi)$
- D.  $1 - 2\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n H(t - n\pi)$
- E.  $2\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n H(t - n\pi)$

7. Hasil pembagian dari  $\frac{(2n)!}{2^n \cdot 1 \cdot 3 \cdot 5 \dots (2n-3)(2n-1)}$  adalah ...

- A. 1
- B.  $1/2^n$
- C.  $n!$
- D.  $2^n$
- E.  $(2n-1)!$

8. Jika diberikan sebuah deret tak hingga  $1 + 2p + p^2 + 2p^3 + p^4 + \dots$ . Maka jumlah deret tersebut adalah ...

- A.  $(1 - p) / (1 + p)$ , untuk  $|p| < 1$
- B.  $(1 + p) / (1 - p)$ , untuk  $|p| < 1$
- C.  $(1 + 2p) / (1 - p)$ , untuk  $|p| < 1$
- D.  $(1 + 2p) / (1 - p^2)$ , untuk  $|p| < 1$
- E.  $(1 + p) / (1 - p^2)$ , untuk  $|p| < 1$

9. Sebuah aula yang baru selesai dibangun akan dipasang lantai keramik berbentuk persegi. Ukuran aula adalah panjang 33 meter dan lebar 24 meter. Ukuran terbesar keramik yang mungkin digunakan untuk menutup lantai aula tersebut tanpa mengubah/memotong ukuran keramik adalah ...

- A. 2 meter x 2 meter
- B. 2,5 meter x 2,5 meter
- C. 3 meter x 3 meter
- D. 3,5 meter x 3,5 meter
- E. 4 meter x 4 meter

10. Nilai  $\mathcal{L}\{\cos(at)\}=\dots$

- A.  $\frac{1}{s^2+a^2}$
- B.  $\frac{a}{s^2-a^2}$
- C.  $\frac{a}{s^2+a^2}$
- D.  $\frac{a}{s^2+a}$
- E.  $-\frac{a}{s^2+a^2}$

11. Jika diketahui  $A=\begin{pmatrix} 6 & -3 & 2 \\ 1 & 0 & 4 \\ 5 & 7 & 6 \end{pmatrix}$   $B=\begin{pmatrix} 1 & -9 & 4 \\ 2 & 2 & -3 \\ 3 & 13 & -10 \end{pmatrix}$ , maka

$\det(B^{-1}(A^{-1}B^{-1})^{-1}A^{-1})=\dots$

- A. 1
- B. 0
- C. -1
- D. 3
- E. Tidak terdefinisi

12. Nilai n sehingga  $2^n + 1$  membagi 3 adalah ...

- A. 10
- B. 8
- C. 7
- D. 6
- E. 4

13. Diketahui sebuah matriks

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 4 & 1 & -3 & -4 \\ 4 & 12 & -5 & 2 & -7 \\ 1 & 7 & 4 & 6 & 13 \\ 4 & 12 & -8 & 12 & -3 \\ 2 & 4 & 1 & 8 & x \end{pmatrix}$$

Nilai x agar  $C_{34}=48$ , dimana  $C_{ij}$  merupakan kofaktor dari entri  $a_{ij}$

- A. -6
- B. -2
- C. -1/2
- D. 2
- E. 6

14. Jadwal keberangkatan bus luar kota dari sebuah terminal diatur sebagai berikut: bus luar kota tujuan Jogja melalui Pantura akan diberangkatkan setiap 50 menit, dan bus dengan tujuan sama melalui jalur selatan akan diberangkatkan setiap 35 menit. Jika ke dua bus tersebut baru saja diberangkatkan sekarang, kapan dua bus dengan tujuan tersebut akan berangkat lagi dari terminal tersebut pada saat yang sama?
- 4 jam 30 menit
  - 5 jam 30 menit
  - 5 jam 50 menit
  - 6 jam 50 menit
  - 6 jam 30 menit
15. Banyaknya permutasi dari dua angka yang diambil dari 1,3,5,7,9 adalah ...
- 40
  - 30
  - 20
  - 10
  - 5
16. Sekelompok mahasiswa yang terdiri dari 3 wanita dan 5 pria duduk berjajar di ruang kuliah. Jika pada ujung-ujung duduk pria-pria, dan para wanita tidak duduk bersebelahan maka banyak kemungkinan susunan mereka duduk adalah ...
- $5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1$
  - $2 \times 5! + 3! + 2!$
  - $2 \times 5! \times 4 \times 3 \times 2 \times 1$
  - $5! \times 4 \times 3 \times 2 \times 1$
  - $5! \times 3!$
17. Jika  $A_{n \times n}$  dan  $B_{n \times n}$  adalah matriks yang mempunyai invers, maka pernyataan berikut yang benar adalah ...
- $AB=BA$
  - $A(A^T(B^T)^{-1}+A^{-1}B)B^T$  adalah matriks simetri
  - $(AB)^{-1}=A^{-1}B^{-1}$
  - $\det(A^T(B^T)^{-1})=0$
  - $(AB^T)^T$  adalah matriks simetri

18.  $F(s)=\mathcal{L}\{f(t)\}$  adalah transformasi Laplace dari fungsi  $f(t)$ . Jika diketahui

$$F(s)=\frac{2s-\pi}{s^3(s-\pi)}, \text{ maka } f(t) \text{ adalah ...}$$

- A.  $\frac{t^2}{2} + \frac{e^{\pi t}}{\pi^2} - \frac{1}{\pi^2} - \frac{t}{\pi}$
- B.  $\frac{t^2}{2} + \frac{e^{\pi t}}{\pi^2} - \frac{1}{\pi^2} - \frac{1}{\pi}$
- C.  $\frac{t^2}{2} + \frac{e^{\pi t}}{\pi^2} + \frac{1}{\pi^2} - \frac{t}{\pi}$
- D.  $\frac{t^2}{2} + \frac{e^{\pi t}}{\pi^3} - \frac{1}{\pi^2} - \frac{t}{\pi}$
- E.  $-\frac{t^2}{2} + \frac{e^{\pi t}}{\pi^2} - \frac{1}{\pi^2} - \frac{t}{\pi}$

19.2 orang anak sedang melakukan percobaan matematika dengan menjatuhkan sebuah bola dari lantai 2 rumah mereka. Ketinggian bola dijatuhkan adalah 9 meter dari atas tanah. Dari pengamatan diketahui bahwa pantulan bola mencapai  $\frac{8}{9}$  dari tinggi pantulan sebelumnya. Maka ketinggian bola setelah pantulan ke lima yang paling mendekati adalah ...

- A . 4 meter
- B . 4,25 meter
- C. 4,5 meter
- D. 4,75 meter
- E. 5 meter

20. Luas terbesar yang mungkin dari sebuah segitiga siku-siku yang memiliki sisi miring 6 cm adalah ...

- A.  $6 \text{ cm}^2$
- B.  $7 \text{ cm}^2$
- C.  $8 \text{ cm}^2$
- D.  $9 \text{ cm}^2$
- E.  $10 \text{ cm}^2$

21. Jika  $C_3^n = 2n$ , maka  $C_7^{2n} = \dots$

- A. 160
- B. 120
- C. 116
- D. 90
- E. 80

22. Koefisien  $x^7$  dalam  $(1+x)^{11}$  adalah ...

- A. 462
- B. 422
- C. 330
- D. 310
- E. 210

23. Jika  ${}^2 \log(a^2 - b^2) = {}^2 \log(a - b)$  dan  $a > b$ , maka :

- A.  $a - b = 1$
- B.  $a - b = 2$
- C.  $a + b = 1$
- D.  $a + b = 2$
- E.  $a + b = -1$

24. Nilai  $\mathcal{L}^{-1} \left\{ \frac{s(1-e^{\pi s})}{s^2+4} \right\} = \dots$

- A.  $\cos 2t - H(t-\pi) \cos 2(t-\pi)$
- B.  $\cos 2t - e^t \cos 2(t-\pi)$
- C.  $\cos 2t - H(t+\pi) \cos 2(t-\pi)$
- D.  $\cos 2t + H(t-\pi) \cos 2(t-\pi)$
- E.  $\cos 2t - \cos 2(t-\pi)$

25. Solusi dari persamaan differensial  $y'' + 4y' + 5y = \delta(t-1)$  dengan  $y(0) = 0$  dan  $y'(0) = 3$ .

Jika menggunakan transformasi Laplace adalah ...

- A.  $e^{-2t} \sin t + e^{-2(t-1)} H(t-1) \sin(t-1)$
- B.  $3e^{-2t} + e^{-2(t-1)} H(t-1) \sin(t-1)$
- C.  $3e^{-2t} \cos t + e^{-2(t-1)} H(t-1) \sin(t-1)$
- D.  $3e^{-2t} \sin t + e^{-2(t-1)} H(t-1) \sin(t-1)$
- E.  $3e^{-2t} \sin t + e^{-2(t+1)} H(t+1) \sin(t+1)$



26. Vektor  $\vec{k} = (9, 0, -6)$ ,  $\vec{l} = (2, 4, -1)$ ,  $\vec{m} = (2, 1, 2)$ ,  $\vec{n} = (1, -3, -2)$ . Jika  $\vec{k} = a\vec{l} + b\vec{m} + c\vec{n}$ , maka  $2a + 5b - 7c = \dots$
- 12
  - 5
  - 0
  - 1
  - 2
27. Suatu vector  $\vec{a} = (-3, 4)$  merupakan berturut-turut hasil pencerminan terhadap garis  $y = x$  dan rotasi  $90^\circ$  searah jarum jam. Maka vektor awalnya sebelum ditransformasi adalah...
- (3, 4)
  - (-3, -4)
  - (-4, 3)
  - (4, -3)
  - (-3, 4)
28. Jika  $\vec{a} + \vec{b} = i - j + 4k$  dan  $|\vec{a} - \vec{b}| = \sqrt{14}$  maka  $\vec{a} \cdot \vec{b} = \dots$
- 0
  - $\frac{1}{4}$
  - $\frac{1}{2}$
  - 1
  - 2
29. Titik pada permukaan  $z = x^2 + y^2 + 2$  yang letaknya terdekat dengan bidang  $x + y - z = 0$  adalah ...
- (-1/2, -1/2, 5/2)
  - (-1/2, 1/2, 5/2)
  - (1/2, 1/2, 5/2)
  - (1/2, -1/2, 5/2)
  - (1/2, -1/2, -5/2)

30. Seseorang mengukur panjang, lebar dan tinggi dari sebuah kotak. Diasumsikan ia dapat melakukan kesalahan maksimum pengukuran sebesar 2% dari setiap pengukuran. Taksiran kesalahan maksimum dalam menghitung volume kotak tersebut adalah ...
- 2%
  - 4%
  - 6%
  - 8%
  - 10 %
31.  $1.1!+2.2!+3.3!+\dots+n.n!=\dots$
- $(2n+1)!$
  - $(2n)!$
  - $(n.n!)^2$
  - $(2n-1)!-2$
  - $(n+1)!-1$
32. Jika sembarang bilangan bulat dipangkatkan 100, dibagi 125 maka kemungkinan sisa pembagiannya adalah ...
- 0,1,2,3,4
  - 0, 1
  - 0,1,2,3
  - 0
  - 0,1,2
33. Jika  $A_{n \times n}$  adalah matriks simetri maka pernyataan yang salah adalah ...
- Vektor eigen pada ruang eigen yang berbeda tidak saling tegak lurus.
  - Nilai eigen dari A adalah bilangan riil
  - A dapat didiagonalisasi
  - A memiliki n vektor eigen yang merupakan himpunan ortogonal
  - $AA^T$  adalah matriks simetri

34. Solusi umum dari  $y'' - y = 5e^{-x} \sin x$ , adalah ..
- $c_1 e^x + e^{-x}(c_2 + \cos x - \sin x)$
  - $c_1 e^x + e^x(c_2 + 2\cos x - \sin x)$
  - $c_1 e^x + e^{-x}(c_2 - 2\cos x - \sin x)$
  - $c_1 e^x + e^{-x}(c_2 + 2\cos x - \sin x)$
  - $c_1 e^x + e^{-x}(c_2 + 2\cos x + \sin x)$
35. Titik pelana dari fungsi  $z = 2x^2 - 3y^2 + 12y$  adalah ...
- (0,2)
  - (0,5)
  - (1,1)
  - (2,2)
  - Tidak ada titik pelana
36. Sebuah sentra kerajinan membuat kotak perhiasan yang berukuran panjang = 20 cm, lebar = 10 cm, dan tinggi = 8 cm. Kotak tersebut akan dilapis dengan cat pelindung kayu yang tebalnya 0,25 cm disetiap sisi kotak. Taksiran banyaknya cat pelindung kayu yang dibutuhkan untuk melapis 1 kotak adalah ...
- 220 cm<sup>3</sup>
  - 210 cm<sup>3</sup>
  - 200 cm<sup>3</sup>
  - 120 cm<sup>3</sup>
  - 110 cm<sup>3</sup>
37. Jika  $y_1' = y_2$   
 $y_2' = -4y_1$   
maka bentuk umum dari  $y_2(t)$  adalah ...
- $i(-2c_1 \sin 2t + 2c_2 \cos 2t)$
  - $-i(-2ic_1 \sin 2t + 2c_2 \cos 2t)$
  - $i(2ic_1 \sin 2t + 2c_2 \cos 2t)$
  - $-2ic_1 \sin 2t + 2c_2 \cos 2t$
  - $i(-2ic_1 \sin 2t - 2c_2 \cos 2t)$

38. Solusi umum dari persamaan differensial  $y'-4y=-2y^2$  adalah ...
- $\frac{1}{ce^{4x}+0.5}$
  - $\frac{-1}{ce^{-4x}+0.5}$
  - $\frac{1}{ce^{-4x}+5}$
  - $ce^{-4x} + 0.5$
  - $\frac{1}{ce^{-4x}+0.5}$
39. Dua angka terakhir dari  $3^{2009}$  adalah ...
- 9
  - 11
  - 16
  - 64
  - 83
40. Faktor Pembagi Persekutuan Terbesar dari pasangan bilangan (559,143) adalah ...
- 1
  - 7
  - 11
  - 13
  - 17
41. Seorang pengrajin kotak sabun spa akan membuat kotak tanpa penutup kotak yang lebarnya 2 kali panjangnya. Volume kotak yang diinginkan adalah  $36 \text{ cm}^3$ . Dimensi kotak yang memerlukan material minimum adalah ...
- 6 cm, 3 cm, 1 cm
  - 5 cm, 4 cm, 1 cm
  - 6 cm, 3 cm, 2 cm
  - 5 cm, 3 cm, 2 cm
  - 6 cm, 4 cm, 1 cm

42. Nilai dari  $\lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{x - \sqrt{x}} - \sqrt{x + \sqrt{x}})$  adalah ...

- A. 0
- B. 1
- C. -1
- D. 0.5
- E. Tidak ada

43. Solusi khusus dari persamaan differensial

$$y' = \frac{y}{x} + \frac{2x^3 \cos x^2}{y},$$

dengan  $y(\sqrt{\pi})=0$  adalah

- A.  $x\sqrt{2\sin(x^3)}$
- B.  $x\sqrt{4\sin(x^2)}$
- C.  $x\sqrt{2\cos(x^2)}$
- D.  $x\sqrt{2\sin(x^2)}$
- E.  $\sqrt{2\sin(x^2)}$

44. Nilai  $x$  agar  $v_1=(2,-2,2)$ ,  $v_2=(0,1,1)$  dan  $v_3=(5,5,x)$  tidak merentang  $R^3$  adalah ...

- A. 15
- B. -15
- C. 14
- D. 10
- E. 20

45. Dari angka 1,2,4,5,6,8,9 maka banyak bilangan yang terdiri dari 3 angka tetapi tidak ada angka yang sama adalah ...

- A. 42
- B. 49
- C. 84
- D. 126
- E. 210

46. Jika  $A = \begin{pmatrix} 0 & a \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$ , maka  $A^{2009} = \dots$

A.  $\begin{pmatrix} a^{1004} & 0 \\ 0 & a^{1004} \end{pmatrix}$

B.  $\begin{pmatrix} 0 & a^{1005} \\ a^{1004} & 0 \end{pmatrix}$

C.  $\begin{pmatrix} 0 & a^{1005} \\ a^{1005} & 0 \end{pmatrix}$

D.  $\begin{pmatrix} a^{2008} & 0 \\ 0 & a^{1004} \end{pmatrix}$

E.  $\begin{pmatrix} 0 & a^{1004} \\ a^{1004} & 0 \end{pmatrix}$

47. Nilai  $\int_0^{\ln 2} \int_{e^y}^2 \frac{1}{\ln x} dx dy$  adalah ...

A. 0

B. 1

C. 2

D.  $\ln 2$

E.  $2 - \ln 2$

48. Salah satu nilai eigen dari invers matriks A, dimana  $A = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 7 & -4 & 0 & 0 \\ 4 & 12 & -8 & 12 & 0 \\ 2 & 4 & 1 & 8 & 8 \end{pmatrix}$

adalah ...

A. 0,1

B. 0,125

C. 0,75

D. 4

E. 8

49. Banyak pertumbuhan populasi dapat dimodelkan dalam fungsi  $\frac{dp}{dt} = sp(N - p)$ , dengan  $N$  adalah kemampuan lingkungan mendukung populasi tersebut dan  $s$  adalah konstanta laju pertumbuhan. Titik belok dari fungsi tersebut adalah ...
- A.  $p = N/2$
  - B.  $p = N/3$
  - C.  $p = N/4$
  - D.  $p = N/5$
  - E. tidak ada titik belok
50. Sebuah balon iklan diisi udara dengan laju  $80 \text{ cm}^3/\text{menit}$ . Maka laju perubahan jari-jari pada saat jari-jari berukuran  $32 \text{ cm}$  adalah ...
- A.  $0,0052 \text{ cm/mnt}$
  - B.  $0,0062 \text{ cm/mnt}$
  - C.  $0,0072 \text{ cm/mnt}$
  - D.  $0,0082 \text{ cm/mnt}$
  - E.  $0,0092 \text{ cm/mnt}$

### Tabel Transformasi Laplace

$$\mathcal{L}\{f(t)\} = \int_0^{\infty} e^{-st} f(t) dt$$

Fungsi	Transformasi Laplace
$f(t)$	$F(s)$
$f^{(n)}(t)$	$s^n F(s) - s^{n-1} f(0) - \dots - f^{(n-1)}(0)$
$e^{at} f(t)$	$F(s-a)$
$H(t-a)f(t-a)$	$e^{-as} F(s)$
$t^n$	$\frac{n!}{s^{n+1}}$
$e^{at}$	$\frac{1}{s-a}$
$\sin kt$	$\frac{k}{s^2 + k^2}$
$\cosh kt$	$\frac{s}{s^2 - k^2}$
$\sinh kt$	$\frac{k}{s^2 - k^2}$
$\delta(t-a)$	$e^{-as}$